



# NGHIÊN CỨU ĐỀ XUẤT PHƯƠNG PHÁP TÍNH TOÁN THIẾT KẾ MÓNG BÈ TRÊN NỀN CỌC

## RESEARCH AND CHOOSE AN ANALYSIS DESIGN SOLUTION FOR RAFT ON PILE FOUNDATION

Phạm Tuấn Anh<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Khoa Kỹ thuật Công trình, Trường Đại học Lạc Hồng, Đồng Nai, Việt Nam  
tuanhconstruction@gmail.com

**TÓM TẮT.** Dưới tác dụng của tải trọng, các cọc và đất nền bị lún xuống. Vì bè có độ cứng hữu hạn, sự lún xuống không đều giữa các cọc và đất nền dưới đáy bè sẽ gây ra các ứng suất phụ thêm trong bè, làm thay đổi trạng thái ứng suất, biến dạng trong bè. Kết quả là sẽ phân phối lại tải trọng truyền lên các cọc và đất nền ở đáy bè. Bài báo này đã phân tích các ứng xử của móng bè cọc với các mô hình bè và cọc khác nhau để ước tính ảnh hưởng của đất lên móng cọc. Việc tính toán được thực hiện bởi phần mềm Plaxis 3D Foundation. Qua phân tích đã trình bày một số kết luận và khuyến nghị về việc áp dụng các phương pháp tính toán nhằm đạt được hiệu quả cao nhất trong thiết kế móng bè

**TỪ KHOÁ.** móng cọc, móng bè

**ABSTRACT.** Piles and ground soil are subsided by the effect of the payload. Because the raft foundation has finite hardness, the uneven subsidence between the piles and the ground on the bottom of the raft foundation will change the stress and deformation state in the raft foundation. As a result, a redistribution of the load transferred to the piles and the ground at the bottom of the raft foundation. This paper analyzed the behaviors of piled raft foundation with different models of raft and piles in order to estimate the influence of soil on the pile foundation. The calculation was conducted by Plaxis 3D Foundation program. Some conclusions and recommendations with respect to applying calculating methods to achieve the best efficiency in the design of the raft foundation were presented through the analysis.

**KEYWORDS.** pile foundations, raft foundations

### 1. GIỚI THIỆU

Móng bè – cọc là một loại móng cọc, cho phép phát huy được tối đa khả năng chịu lực của cọc và tận dụng được một phần sức chịu tải của nền đất dưới đáy bè. Móng bè – cọc còn được gọi là móng bè trên nền cọc.

Móng bè cọc có rất nhiều ưu điểm so với các loại móng khác, như tận dụng được sự làm việc của đất nền, phát huy tối đa sức chịu tải cọc, chịu được tải trọng lớn, độ cứng lớn, không gian thông thoáng thuận lợi cho việc bố trí công năng của tầng hầm. Liên kết giữa bè và kết cấu chịu lực bên trên như vách, cột có độ cứng lớn phù hợp sơ đồ làm việc của công trình.

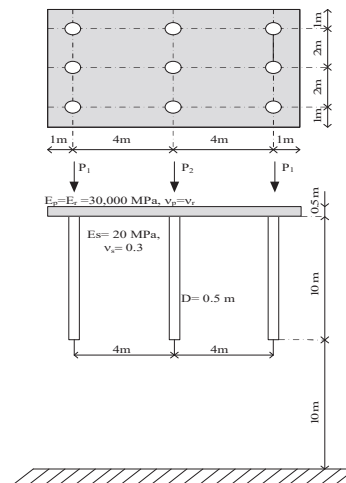
Móng bè ngày nay đã trở thành giải pháp móng hữu hiệu nhất áp dụng cho nhiều công trình cao tầng trên thế giới. Móng bè cọc đã được ứng dụng rộng rãi cho rất nhiều công trình cao tầng trên thế giới bao gồm Euro Tower (148.5m), Dresdener (166.7m), Commerz Bank (108.5m), Westend (208m), Deutsche Bank (92.5m), Main Tower (205m), BFG Bank (186m), Messertum (256.5m), City Bank (55m)

Kể từ năm 1996, Việt Nam bắt đầu hội nhập kinh tế thế giới, có rất nhiều công trình cao tầng đã và đang được xây dựng điển hình như: Keangnam Hanoi Landmark Tower (336m), Bitexco Financial Tower (269m), Saigon M&C Tower (195.3m), Novotel Sông Hàn (155m),... Giải pháp móng bè cọc được đề cập nhiều không chỉ trong các công trình nghiên cứu khoa học mà còn được giới các nhà đầu tư, nhà thầu, đơn vị tư vấn đề nghị áp dụng. Việc áp dụng giải pháp này ở Việt Nam trong thực tế còn rất dè dặt, do có rất ít công trình nghiên cứu trong nước quan tâm đến. Nhằm tạo được cái nhìn tổng quan cho việc áp dụng các phương pháp tính toán cũng như cần nhắc lựa chọn các phương pháp tính phù hợp với các giai đoạn thiết kế. Đề tài:

“Nghiên cứu đề xuất phương pháp tính toán thiết kế móng bè trên nền cọc” được đề xuất.

### 2. NỘI DUNG

#### 2.1 Thực hiện tính toán mô hình móng bè giả định



Hình 1. Mặt bằng và mặt cắt móng bè giả định

Poulos (2001) [1-2] đã có sự so sánh về các kết quả từ các phương pháp tính cho một trường hợp móng bè giả định. Chi tiết về mô hình móng bè giả định được thể hiện ở Hình

Received: June, 26<sup>th</sup> 2020

Accepted: September, 18<sup>th</sup> 2020

\*Corresponding Author

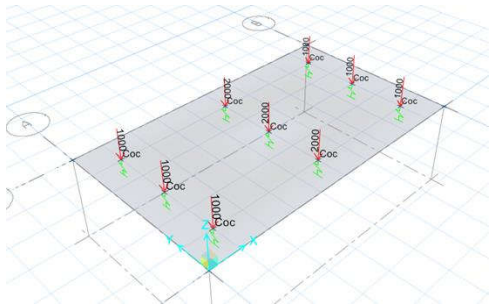
Email: tuanhconstruction@gmail.com

1. Bè cọc có kích thước 10m x 6 m dày 0.5 m. Số lượng cọc dưới bè là 9 cọc, chịu tải trọng tập trung (tương ứng với tải trọng từ cột truyền xuống móng). Cọc có đường kính là 0.5 m, chiều dài 10 m. Tổng tải trọng tác dụng lên bè cọc là 12MN, P1 = 1MN, P2 = 2MN. Cọc và bè sử dụng vật liệu bê tông cốt thép.

**Bảng 1.** Thông số vật liệu của mô hình

Thông số	Ký hiệu	Loại vật liệu		Đơn vị
		Đất nền	Bê tông	
Khối lượng đơn vị đất trên mực nước ngầm	$\gamma_{unsat}$	18	25	kN/m <sup>3</sup>
Khối lượng đơn vị đất dưới mực nước ngầm	$\gamma_{sat}$	18	-	kN/m <sup>3</sup>
Modun đàn hồi	E	20.000	30.000.000	kN/m <sup>2</sup>
Hệ số Poisson	$\nu$	0.3	0.2	-

**2.1.1 Thực hiện tính toán bằng mô hình bản trên lò xo (cọc chịu lực hoàn toàn)**



**Hình 2.** Mô hình bản trên lò xo với sự trợ giúp của phần mềm safe

Trong đó giá trị độ cứng của lò xo cọc được tính toán dựa trên công thức giải tích của Randolph & Wroth (1978) [3-4]

$$k_z = \frac{P'}{w'} = r_o G_s \left( \frac{4}{(1-\nu)} + \frac{2\pi}{\ln(r_m/r_o)} \frac{L \tanh(\mu L)}{r_o \mu L} \right) \quad (2.1)$$

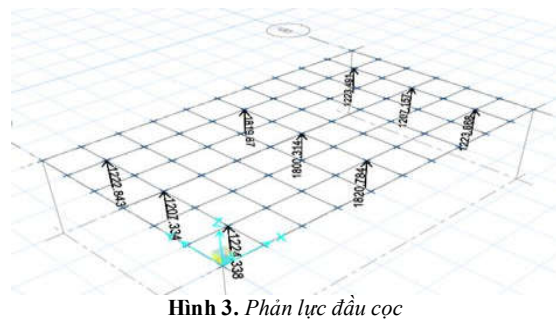
$$r_m = 2.5L(1-\nu)$$

$$\mu L = 2(L/ro)^2 / \left[ \ln(r_m/r_o)(E_p/G_s) \right]$$

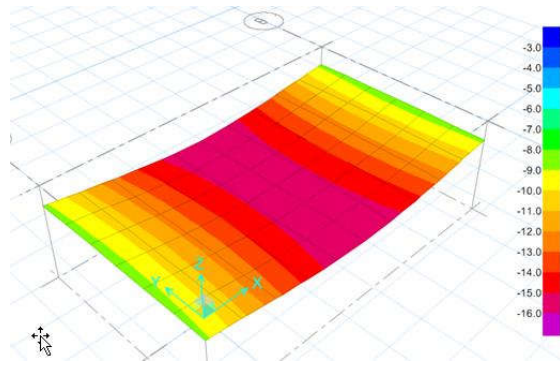
Trong đó :

- w' – chuyển vị đầu cọc
- P' – lực tác dụng tại đầu cọc (lấy bằng lực đơn vị)
- L- chiều dài cọc
- $\nu$ - hệ số poisson's
- G<sub>s</sub>- Shear modulus of soil
- r<sub>o</sub>- bán kính cọc

Giá trị độ cứng tính toán có giá trị là 115920 (kN/m). Kết quả phân lực và chuyển vị của móng bè cọc đầu cọc. Chuyển vị lớn nhất ở tâm bè, khoảng 16 mm.



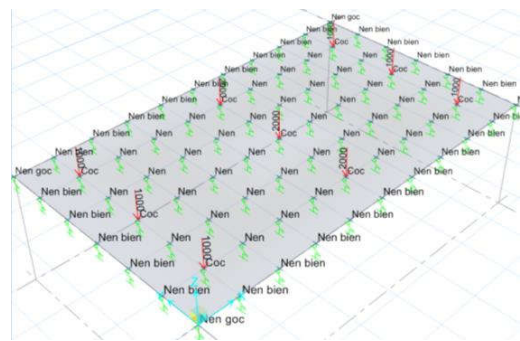
**Hình 3.** Phân lực đầu cọc



**Hình 4.** Chuyển vị của móng bè cọc

**2.1.2 Thực hiện tính toán bằng mô hình bản trên lò xo (cọc và bè cùng chịu)**

Mô hình bản trên lò xo cọc và bè được thực hiện và thể hiện ở Hình 5.



**Hình 5.** Mô hình bản trên lò xo với sự trợ giúp của phần mềm safe

Trong đó giá trị độ cứng lò xo nền ở biên sẽ bằng nửa lò xo nền ở tâm và độ cứng lò xo nền ở góc bằng một phần tư lò xo nền ở tâm.

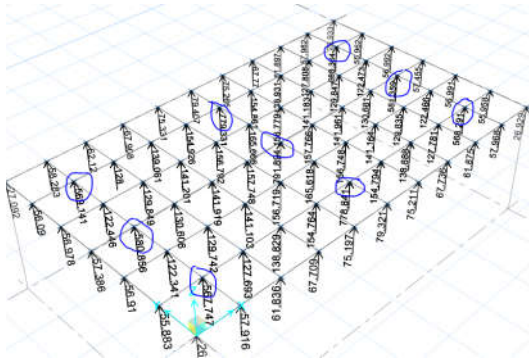
$$C_z = \frac{4G_s r_o}{1-\nu} \quad (2.2)$$

- $\nu$ - hệ số poisson's
- G<sub>s</sub>- Shear modulus of soil
- r<sub>o</sub>- bán kính cọc

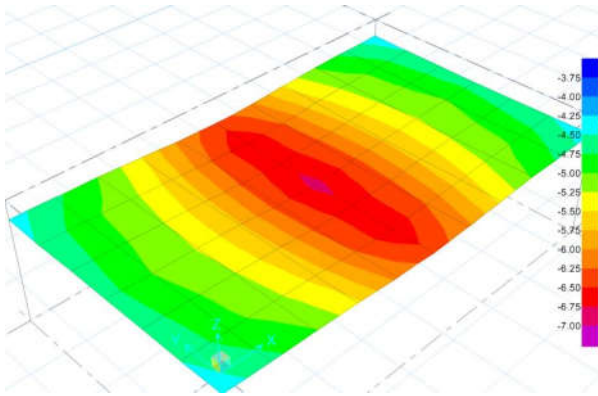
Giá trị độ cứng lò xo nền được tính toán lần lượt là

- Ở tâm : C<sub>z</sub> = 24850 (kN/m)
- Ở biên : C<sub>z</sub> = 12425 (kN/m)
- Ở góc : C<sub>z</sub> = 6213(kN/m)

Giá trị phản lực đầu cọc và phân lực nền được thể hiện ở Hình 6. Giá trị chuyển vị của móng bè được thể hiện ở Hình 7. Giá trị chuyển vị lớn nhất ở tâm, khoảng 7mm.

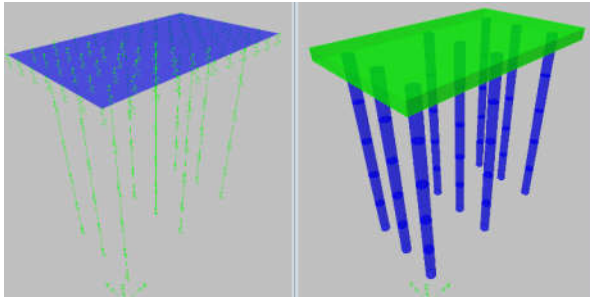


Hình 6. Kết quả phân lực đầu cọc và phân lực nền

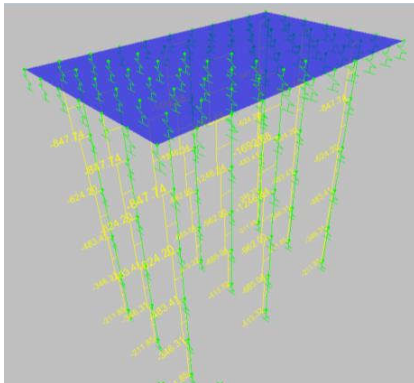


Hình 7. Chuyển vị của bè

2.1.3 Thực hiện tính toán bằng mô hình bản trên lò xo (cọc và bè cùng chịu, lò xo dọc thân cọc)



Hình 8. Mô hình bản lò xo với sự trợ giúp của phần mềm etabs

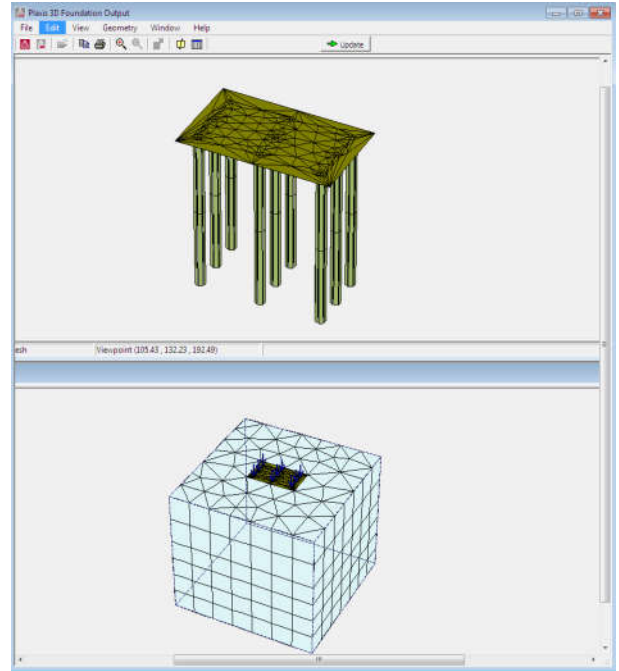


Hình 9. Kết quả phân lực dọc thân cọc

Mô hình bản trên lò xo bê và cọc bê tông với lò xo dọc thân cọc được thực hiện và thể hiện ở Hình 8. Kết quả nội lực dọc thân cọc được thể hiện ở Hình 4.

2.1.4 Thực hiện tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn 3D với sự trợ giúp của phần mềm thương mại Plaxis 3D Foundation

Với sự trợ giúp của phần mềm thương mại Plaxis 3D Foundation, mô hình tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn 3D được xây dựng và thể hiện



Hình 10. Mô hình 3D Finite element (Plaxis 3D Foundation)

Sau khi xây dựng mô hình, các giai đoạn phân tích được tiếp tục thiết lập bao gồm:

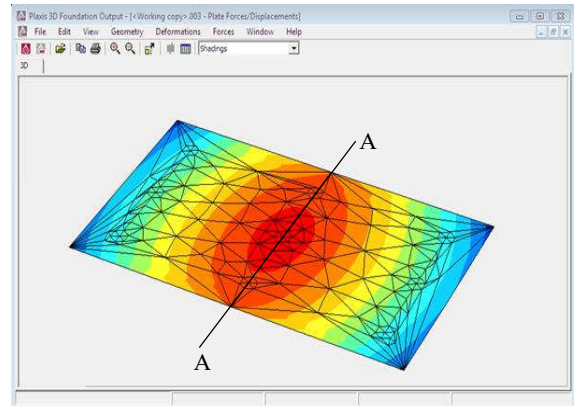
Giai đoạn 1: Tính toán ứng suất do trọng lượng bản thân.

Giai đoạn 2: Phân tích sự thay đổi ứng suất trong nền bởi quá trình thi công móng và cọc.

Giai đoạn 3: Phân tích sự làm việc của móng bè cọc sau khi chịu tải trọng.

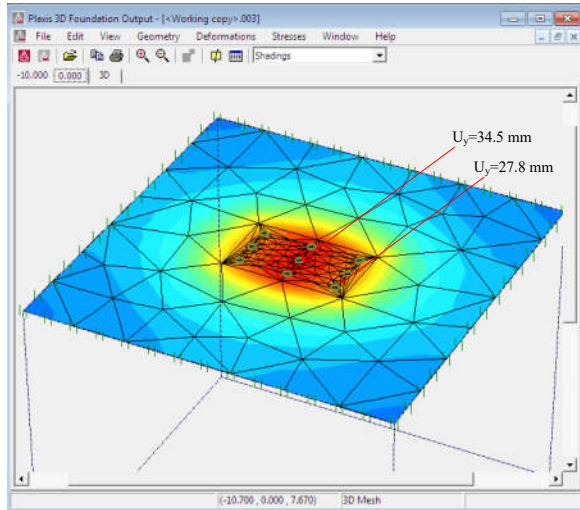
Kết quả chuyển vị đứng của móng

Móng đạt chuyển vị lớn nhất ở vị trí tâm móng, phù hợp với trạng thái đặt tải trọng lớn nhất ở giữa móng với  $P_2 = 2P_1 = 2 \text{ MN}$ . Giá trị lớn nhất của chuyển vị đứng là 34.5 mm.

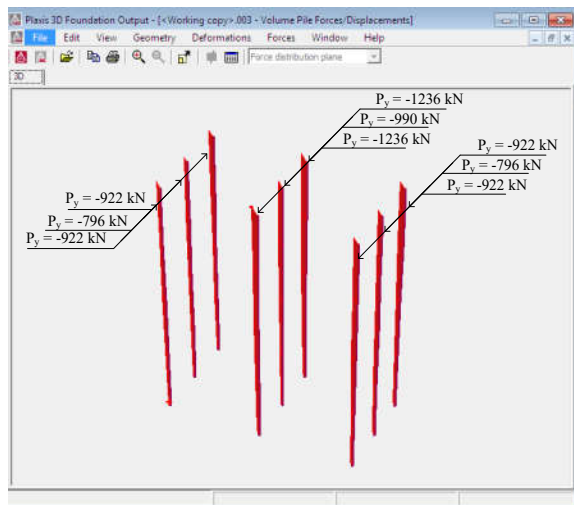


Hình 11. Biểu đồ chuyển vị của móng

Bên cạnh đó độ lún của bệ ở hai vị trí đặt tải trọng ở biên và ở tâm. Giá trị độ lún ở vị trí đặt lực tại biên là 27.8mm. Do đó, độ lún lệch ghi nhận được khoảng 6.7 mm.



Hình 12. Kết quả độ lún lệch của móng



Hình 13. Kết quả lực dọc trong cọc

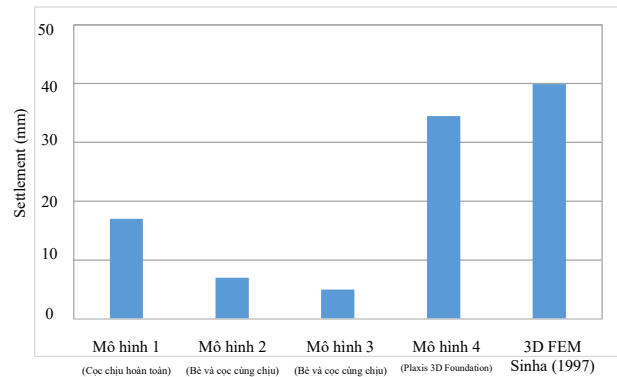
Từ kết quả phân tích, cho thấy phân lực đối xứng qua tâm móng. Ở một hàng cọc, với cùng một tải trọng, phân lực đầu cọc đạt giá trị lớn nhất ở biên và nhỏ nhất ở tâm. Giá trị lực dọc trong cọc lớn nhất tại vị trí tâm là 990 kN và nhỏ nhất là 796 kN tại vị trí cọc biên.

### 2.1.5 So sánh kết quả giữa các phương pháp cho trường hợp móng bệ cọc giả định

#### So sánh kết quả chuyển vị lớn nhất

Chuyển vị của mô hình 2 và 3 gần bằng nhau và có giá trị nhỏ nhất khoảng 7 mm. Mô hình 1 có chuyển vị là 17 mm. Trong khi đó mô hình 4 có chuyển vị là 34.5 mm gần bằng với kết quả của phương pháp tính Sinha (1997) là 39.9 mm. Dựa trên kết quả này có thể nhận xét rằng, mô hình 1 đã không kể đến sự làm việc đồng thời của các cọc và bệ, mô hình 2 và 3 mặc dù đã xét đến sự làm việc chung của cọc và bệ nhưng đã không xét đến sự tương tác giữa cọc và cọc, bệ và cọc, nên chuyển vị phát sinh trong bệ của 3 mô hình 1, 2 và 3 tương đối nhỏ. Ngược lại, mô hình Plaxis 3D

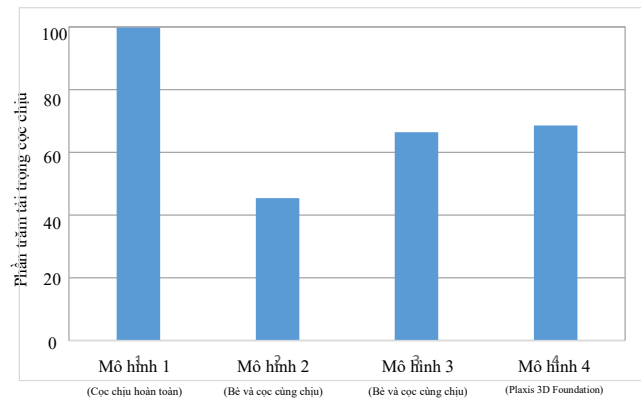
foundation có giá trị lớn hơn nhiều lần do có kể đến sự tương tác của cọc-cọc và bệ-cọc. Bên cạnh đó, mô hình Plaxis 3D cũng cho kết quả khá chính xác với một phương pháp phần tử hữu hạn 3D khác đã được đề xuất (Sinha, 1997) [5].



Hình 14. So sánh kết quả chuyển vị dài bệ

#### So sánh tải trọng tác dụng lên cọc

Đối với việc dự đoán phần trăm tải trọng tác dụng lên cọc mô hình tính toán 1 cho kết quả lớn nhất là 100%, các mô hình 2 và 3 cho kết quả tương đối nhỏ hơn lần lượt là 42% và 66%. Mô hình Plaxis 3D là 69%. Mô hình 2, 3, 4 cho kết quả tương đối giống nhau vì cả 3 mô hình này có xét đến sự làm việc chung của bệ và cọc.



Hình 15. So sánh phần trăm tải trọng tác dụng lên cọc

#### Nhận xét

Qua kết quả phân tích, việc sử dụng mô hình tính 1, 2 và 3 sẽ không kể đến cùng lúc sự làm việc đồng thời của cọc và bệ cũng như sự tương tác của cọc-cọc và bệ-cọc. Mô hình 4, với nhiều ưu điểm hơn đã khắc phục được những khuyết điểm của mô hình 1, 2 và 3.

### 2.2 Ứng dụng lập phương án móng bệ trên đài cọc cho công trình thực tế ở Việt Nam

Qua ví dụ phân tích móng bệ cọc và sau khi so sánh kết quả của phương pháp phần tử hữu hạn 3D (Plaxis 3D Foundation) với các phương pháp khác, có thể thấy rằng chương trình Plaxis 3D hoàn toàn có thể áp dụng cho việc phân tích móng bệ cọc thực tế với độ chính xác tốt nhất. Do đó trong mục này, phương pháp này được sẽ được áp dụng để đề xuất phương án móng cho một công trình xây dựng thực tế.

**2.2.1 Giới thiệu công trình.**

Công trình xây dựng tại 213-216 Lô 2 Linh Xuân, Phường Linh Trung, Q. Thủ Đức, TP.Hồ Chí Minh. Khu đất có diện tích 15.875 m<sup>2</sup>, có vị trí như sau:



**Hình 16.** Dự án khu Cao ốc căn hộ Linh Trung, Q.Thủ Đức, TP.Hồ Chí Minh

Toàn bộ dự án được thiết kế gồm 5 Block (3 Block A cao 16 tầng và 2 Block B cao 18 tầng). Công trình nghiên cứu giải pháp móng bê cọc cụ thể là Block B2 - Cao ốc căn hộ Linh Trung. Gồm có 01 tầng hầm, 18 tầng nổi, chiều cao công trình là 60,0 m.

**2.2.2 Kết quả khảo sát địa chất công trình**

Kết quả công tác khảo sát địa chất tại khu vực xây dựng công trình “Block B2 - Khu Cao ốc căn hộ Linh Trung 2” tại số 213 – 216 phường Linh Trung, quận Thủ Đức, TP.HCM với vị trí 2 hố khoan ký hiệu HK1 đến HK2 cho thấy các lớp đất tại khu vực xây dựng có những đặc điểm như sau:

- Lớp đất (1): Cát mịn, rất rời đến chặt vừa là lớp đất có đặc trưng cơ lý yếu.
- Lớp đất (2a): Á sét, sét, dẻo chảy đến dẻo mềm là lớp đất có đặc trưng cơ lý yếu.
- Lớp đất (2b): Sét, á sét, dẻo cứng đến nửa cứng là lớp đất có đặc trưng cơ lý TB
- Lớp đất (3): Cát mịn đến thô, rời đến chặt vừa là lớp đất có đặc trưng cơ lý trung bình yếu.
- Lớp đất (4a): Sét, á sét, nửa cứng là lớp đất có đặc trưng cơ lý trung bình.
- Lớp đất (4b): Sét, cứng đến rất cứng là lớp đất có đặc trưng cơ lý tốt, thuận lợi cho việc xây dựng.
- Lớp đất (5a): Á sét, cứng đến rất cứng là lớp đất có đặc trưng cơ lý tốt, thuận lợi cho việc xây dựng.
- Lớp đất (5b): Á sét, dẻo cứng đến nửa cứng là lớp đất có đặc trưng cơ lý trung bình.
- Lớp đất (6a): Cát mịn đến thô, chặt vừa đến chặt là lớp đất có đặc trưng cơ lý trung bình.
- Lớp đất (6b): Cát mịn đến thô, rất chặt là lớp đất có đặc trưng cơ lý tốt.
- Lớp đất (7): Sét, á sét lẫn sỏi sạn, nửa cứng đến rất cứng (đá Andezite phong hóa dờ dang có chỗ tạo sét bột), là lớp đất có đặc trưng cơ lý tốt.
- Lớp đất (8): Đá Andezite phong hóa, yếu vừa đến cứng, cường độ nén một trục  $R_{TN} = 58 - 877 \text{ kG/cm}^2$  là lớp có đặc trưng cơ lý tốt.

**Bảng 2.** Bảng tóm tắt thông số đất nền công trình (hố khoan HK1 & HK2)

Thông số	Bề dày z (m)	Mô đun E (kN/m <sup>2</sup> )	Hệ số ν	Dung trọng γ (kN/m <sup>3</sup> )	Lực dính C (kN/m <sup>2</sup> )	Góc ma sát trong φ (°)
Lớp 1	1,5	4813	0,3	18,12	3,6	23,3
Lớp 2a	5,7	6256	0,3	18,38	18,6	8,6
Lớp 2b	4,0	8543	0,3	19,19	28,9	14,0
Lớp 3	13,3	8337	0,3	18,89	4,1	28,1
Lớp 4	4,5	22206	0,3	20,16	54,1	21,0
Lớp 5	2,3	17813	0,3	19,35	28,2	15,0
Lớp 6	28,7	18417	0,3	19,44	4,3	29,5

Phương án móng bê trên nền cọc khoan nhồi được đề xuất với sự trợ giúp phân tích từ phần mềm Plaxis 3D Foundation.

Thông số phân bè móng:

Đài x Rộng x Cao = 39m x 18m x 3m;

$E_R = 30.000.000 \text{ kPa}$ ;  $\nu = 0,2$

Bè móng đặt trong lớp đất 2a: Á sét, trạng thái dẻo chảy đến dẻo mềm (đặc trưng cơ lý yếu), đáy bè tiếp xúc lớp đất tại vị trí có  $N_{SPT} = 6$

Thông số phân cọc:

Số lượng cọc  $n = 32$  cọc;

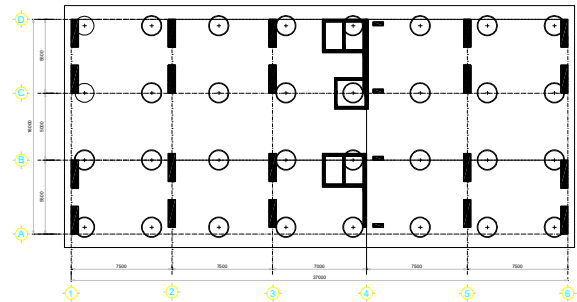
Đường kính cọc  $D = 1,5\text{m}$ ;

$E_p = 30.000.000 \text{ kPa}$ ;  $\nu = 0,2$

Chiều dài cọc:  $L_p = 60\text{m}$  (cắm vào lớp đất 6,  $N_{SPT} = 30$ )

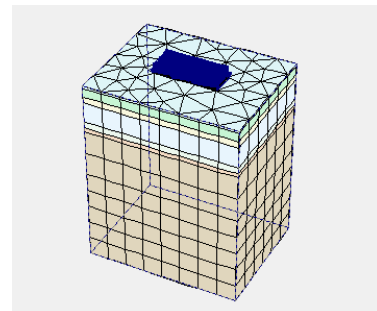
Sơ đồ bố trí cọc, theo hai phương: bố trí đều  $3.3D = 5,0 \text{ m}$ , thể hiện hình

Tổng tải trọng công trình là 165750 kN → Tải trọng phân bố tác dụng lên bè  $q = \frac{165750}{39 \times 17} \approx 250 \text{ (kPa)}$

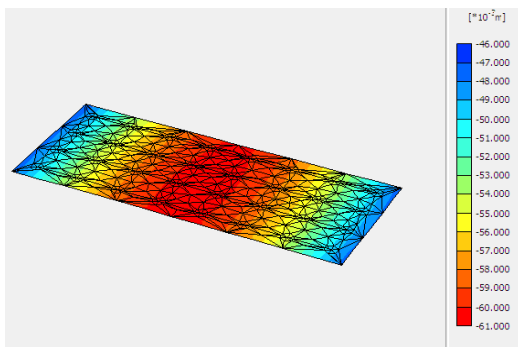


**Hình 17.** Mặt bằng bố trí móng bê trên nền cọc

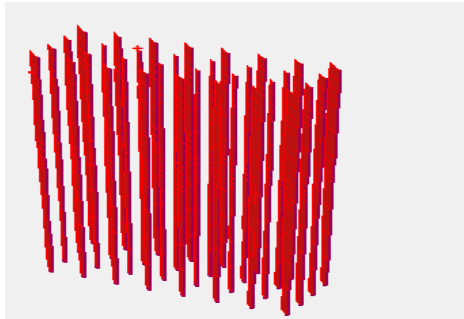
Phương án móng bê cọc cho công trình thực tế được mô hình 3D như Hình 4.30. Với mô hình vật liệu đất là Mohr-Coulomb (MC). Mô hình vật liệu cọc là Elastic.



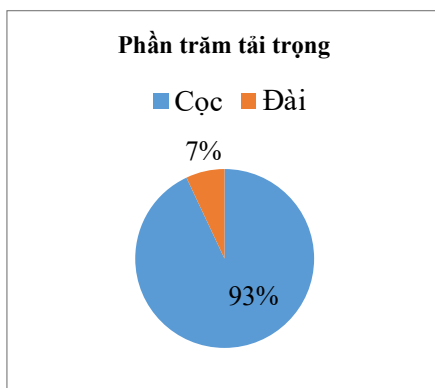
**Hình 18.** Mô hình móng bê cọc cho móng công trình



Hình 19. Độ lún của bệ



Hình 20. Lực dọc phát sinh trong cọc



Hình 21. Phần trăm tải trọng tác dụng lên cọc và đài

### Nhận xét kết quả

Giá trị chuyển vị lớn nhất xuất hiện ở tâm đài bệ, giá trị chuyển vị lớn nhất là ~60 mm. Chuyển vị nhỏ nhất tại vị trí cọc biên ứng với vị trí vách biên của công trình có chuyển vị khoảng ~52 mm. Độ lún lệch giữa các vách khoảng 8 mm. Các kết quả này tương đồng với công trình thực tế đã đi vào sử dụng tại Đức (Mục 2.1). Do đó phương án móng này hoàn toàn khả thi cho việc áp dụng vào thực tế.

### 3. KẾT LUẬN

Qua so sánh kết quả phân tích từ các phương pháp tính khác nhau cho các trường hợp móng bệ cọc:

- Mô hình tính cọc chịu hoàn toàn cho kết quả nhanh, nhưng không xét đến sự làm việc đồng thời của cọc và bệ

- Mô hình tính bản trên lò xo, cho kết quả tốt hơn, thể hiện sự làm việc chung giữa cọc và bệ. Tuy nhiên còn nhiều hạn chế trong việc thể hiện sự tương tác giữa cọc và cọc, cọc và bệ, nên kết quả phân tích chuyển vị còn nhiều sai số.

- Phương pháp phần tử hữu hạn 3D, Plaxis 3D Foundation cho kết quả phân tích khá chính xác với thực tế. Ở giai đoạn ban đầu, việc thực hiện tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn 3D tốn rất nhiều thời gian và phụ thuộc vào tốc độ xử lý tính toán. Tuy nhiên, ngày nay với sự phát triển của máy tính, việc phân tích móng bệ bằng các phương pháp này là hoàn toàn có thể thực hiện. Đặc biệt với phần mềm thương mại phần tử hữu hạn 3D Plaxis 3D Foundation, việc tính toán và phân tích ứng xử của móng bệ cọc trở nên dễ dàng hơn.

Các mô hình đều có ưu và nhược điểm. Việc lựa chọn các phương pháp tính tùy thuộc vào giai đoạn thiết kế, yêu cầu thiết kế và quyết định của người chủ trì thiết kế. Chẳng hạn như, mô hình tính toán cọc chịu lực hoàn toàn phù hợp cho giai đoạn chọn sơ bộ kích thước móng bệ cọc. Các phương pháp gần số gần đúng như bản trên lò xo, phù hợp với giai đoạn thiết kế kỹ thuật, làm hồ sơ dự thầu. Các phân tích chính xác hơn từ phương pháp phần tử hữu hạn thì phù hợp cho giai đoạn thiết kế thi công, đưa vào thực hiện.

Theo quan điểm thiết kế móng cọc, ta có thể bỏ qua sự làm việc của đất nền dưới đáy bệ và xem tải trọng công trình là do cọc chịu 100%. Theo quan điểm móng bệ cọc thì tải trọng công trình vừa phân phối lên bệ và vừa phân phối lên cọc.

### Kiến nghị

Đề tài chưa xét hết tất cả các yếu tố ảnh hưởng khác như: độ cứng kết cấu bên trên, tải trọng động đất, ảnh hưởng liên kết giữa cọc và bệ, ảnh hưởng độ lún theo thời gian, và việc khai thác mực nước ngầm ...

Cần thực hiện các nghiên cứu về ứng xử của móng bệ cọc ứng với sự thay đổi các thông số đầu của móng để có cái nhìn tổng quan hơn về ứng xử của móng bệ cọc.

### 4. TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] H. G. Poulos. Pile raft and foundation. *Geotechnique*. **2001**, 51(2), 95-113.
- [2] Poulos, H. G. Analysis of piled strip foundations. *International conference on computer methods and advances in geomechanics*, **1991**, 7, 183-191.
- [3] Beer, G., Booker, J. R., & Carter, J. P. Computer Methods and Advances in Geomechanics. *AA BALKEMA publishers*, **1991**.
- [4] M. F. Randolph. Design of Piled raft Foundations. *Proceeding of the International Symposium on Recent Developments in Laboratory and Field Tests and Analysis of Geotechnical Problems*, Bangkok, **1983**, 525-537.
- [5] M. F. Randolph. Design Methods for Pile Groups and Piled Rafts. *XIII ICSMFE*, **1994**, 61-82.
- [6] J. Sinha. Pile raft foundations subjected to swelling and shrinking. *PhD thesis*, University of Sydney, Australia, **2015**.